

## Mérd fel magad könnyedén !

1. Töltsük ki arab számokkal a kipontozott helyeket úgy, hogy igaz legyen az alábbi mondat:  
Ebben a mondatban ... db 1-es, ... db 2-es, ... db 3-as, ... db 4-es, ... db 5-ös, ... db 6-os, ... db 7-es, ... db 8-as, ... db 9-es és ... db 0-ás szerepel.

**Megoldás:** (több is van)

- a) Ebben a mondatban 7 db 1-es, 3 db 2-es, 2 db 3-as, 1 db 4-es, 1 db 5-ös, 1 db 6-os, 2 db 7-es, 1 db 8-as, 1 db 9-es és 1 db 0-ás szerepel.
  - b) Ebben a mondatban 11 db 1-es, 2 db 2-es, 1 db 3-as, 1 db 4-es, 1 db 5-ös, 1 db 6-os, 1 db 7-es, 1 db 8-as, 1 db 9-es és 1 db 0-ás szerepel.
2. Egy 4 fős társaságnak kell átjutnia a sötétben a szakadék feletti kötélhídon. A híd egyszerre csak két embert bír el, és csak zseblámpával lehet biztonságosan átkelni. Sajnos azonban csak egy zseblámpája van a társaságnak. Ezzel mehetnek egyszerre ketten is, de ekkor az átjutáshoz szükséges idő annyi, amennyi idő alatt a lassabb személy átkelne. Ha az egyes átkelési idők 1, 2, 5, ill. 10 perc, akkor hogyan tud az egész társaság 17 perc alatt biztonságosan átjutni a híd túloldalára?

**Megoldás:**

Átmegy az 1 és a 2 perces (=2p), majd visszajön a lámpával az 1 perces (+1=3p). Ezután átmegy az 5 és a 10 perces (+10=13p), viszont a 2 perces hozza vissza a lámpát (+2=15p). Végül az 1 és a 2 perces jut át (+2=17p).

3. A presszógépből ebben a pillanatban töltötték ki a kávé a csészénkbe. Mivel pontosan 5 perc múlva szeretnénk elfogyasztani az italt, azon morfondírozunk, mit tegyünk, hogy jobban kihűljön: most töltsük bele a hideg tejet, vagy később. Csakugyan: mit tegyünk?

**Megoldás:**

Mivel a leadott hő függ a két közeg hőmérsékletének különbségétől, a meleg kávé több hőt ad le, mint a tejjel már lehűtött. Ezért a tejet csak az utolsó pillanatban öntsük a kávéhoz.

4. Van rengeteg egyforma zsinórunk. Mindegyik pontosan 40 perc alatt ég el, ha az egyik végét meggyújtják. Sajnos az nem igaz, hogy egy ilyen zsinór egyenletes sebességgel ég: ha pl. két egyforma részre vágunk egy zsinórt, és az egyik félzsinór egyik végét meggyújtják, akkor lehet, hogy nem pontosan 20 perc alatt ég végig. Hogyan tudunk pontosan 60 percet kimérni a zsinórajaink segítségével?

**Megoldás:**

Meggyújtjuk egy zsinór minkét végét, az 20 perc alatt fog elégni (de nem biztos, hogy a végére pont a zsinór közepe marad, viszont ez nem is érdekel bennünket). Ezután elégetünk egy csak az egyik végén meggyújtott zsinórt, ami pontosan további 40 perc alatt fog elégni.

5. Írjuk fel a 24-et az 1, 3, 4 és 6 számok, valamint az alapműveletek segítségével úgy, hogy mindegyik számot pontosan egyszer kell felhasználni, zárójelet használhatunk, de a számokat közvetlenül egymás mellé írva többjegyű számokat alkotni nem szabad.

**Megoldás:**

$$24=6/(1-3/4)$$

6. 12 golyó közül 11 súlya egyforma, az egyiké pedig más, mint a többié. Egy kétkarú mérleg segítségével kell kiválasztani a többiétől különböző súlyú golyót, és azt is meg kell mondanunk, hogy nehezebb vagy könnyebb-e a többinél. Mennyi az ehhez szükséges mérések minimális száma?

**Megoldás:**

Számozzuk meg 1-től 12-ig a golyókat.

1. mérés: 1234 – 5678

1a: egyensúly esetén 9 10 – 1 11 mérés után (mivel az 1 nem eltérő) pontosan egy további mérés (2a) kell még (1 – 12 vagy 9 – 10).

- 1b: legyen 1234 könnyebb  
 1c: legyen 1234 nehezebb  
 2b) mérés: 125 – 369  
 2ba: egyensúly esetén 478 valamelyike eltérő. Egy további 7 – 8 mérésből (3ba) adódik, hogy 4 könnyebb (egyensúly), 7 vagy 8 (amelyik a nehezebb) az eltérő.  
 2bb: legyen 125 nehezebb. Ekkor vagy 3 könnyebb, vagy 5 nehezebb. Egy további, pl. 3 – 9 mérésből (3bb) adódik a megoldás.  
 2bc: legyen 369 nehezebb. Ekkor vagy 6 nehezebb, vagy 1 és 2 valamelyike könnyebb. Egy harmadik 1 – 2 mérés (3bc) dönt ebben.  
 2c) mérés: 125 – 369  
 2ca: egyensúly esetén 478 valamelyike eltérő. Egy további 7 – 8 mérésből (3ca) adódik, hogy 4 nehezebb (egyensúly), 7 vagy 8 (amelyik a könnyebb) az eltérő.  
 2cb: legyen 125 nehezebb. Ekkor 1 és 2 valamelyike nehezebb, vagy 5 könnyebb. Egy további 1 – 2 mérésből (3cb) adódik a megoldás.  
 2cc: legyen 369 nehezebb. Ekkor vagy 3 nehezebb, vagy 6 könnyebb. Egy harmadik, pl. 1 – 3 mérés (3cc) dönt ebben.

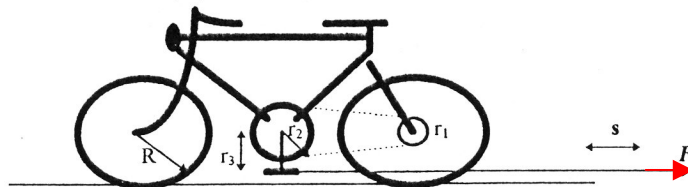
Tehát 3 mérésre lesz szükségünk. Összefoglalva, hogy melyik golyóról melyik mérés dönt:

Golyó	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Könnyebb	3bc	3bc	3bb	3ba	3cb	3cc	3ca	3ca	2a	2a	2a	2a
Nehezebb	3cb	3cb	3cc	3ca	3bb	3bc	3ba	3ba	2a	2a	2a	2a

7. Egy kerékpárt úgy állítunk meg, hogy a pedálok hajtókarjai függőlegesen legyenek, és az alsó pozícióban álló pedálhoz egy kötelet kötünk. Ha biztosítjuk, hogy a kerékpár ne dőlhessen el, és elkezdjük a kötelet hátrafelé húzni, merre indul el a kerékpár: előre, hátra, vagy netán helyben marad?

#### Megoldás:

A kerékpár hátrafelé fog elindulni. A feladat akár egy komoly fizikapélda is lehetne, de itt csak az olvasó „műszaki érzékét” szeretnénk volna próbára tenni.



Elvégezve a feladatban leírt kísérletet tapasztaljuk, hogy a kerékpár a pedált húzó kötélt irányába - azaz hátrafelé kezd gurulni. (Mégfigyelhető az is, hogy míg a bicikli hátra gördül, a pedál a biciklihez képest előre felé fordul el.)

Kísérlet nélkül a kérdés megválaszolása nehéz, valamilyen feltevésből kell kiindulnunk. Tegyük fel, hogy a bicikli a húzóerő irányába, hátrafelé gurul el! Belátható, hogy ekkor a lánc kényszercsatolása miatt a kerékpár alsó pedálkarja - a kötélt húzása ellenére is - előre mozdul el a biciklihez képest. A kerékpár földhöz viszonyított elmozdulása ( $S$ ) tehát annnyival nagyobb, mint a hátrahúzott kötélvég földhöz viszonyított elmozdulása ( $s$ ), amennyivel a pedál a biciklihez képest előre mozdukt ( $x$ ).

$$S = s + x .$$

A pedál  $x$  elmozdulása a pedálkar hosszával ( $r_3$ ) és elfordulási szögével ( $\varphi$ ) fejezhető ki:

$$x = r_3 \cdot \varphi .$$

Mivel a pedál  $r_2$  sugarú fogaskerekét és a hátsó keréken lévő  $r_1$  sugarú kis fogaskereket lánc köti össze, a pedál  $\varphi$  elfordulásakor a hátsó kis fogaskerék

$$\phi = \frac{\varphi \cdot r_2}{r_1}$$

szögnyit fordul el.  $\phi$  -t a kerékpár elmozdulásával is kifejezhetjük, hiszen a kis fogaskerék közös tengelyen együtt forog a bicikli hátsó kerekével, azaz

$$\phi = \frac{S}{R},$$

ahol  $R$  a bicikli hátsó kerekének sugara. A visszahelyettesítéseket elvégezve a kerékpár elmozdulása felírható a kerékpár jellemző adatainak és a kötélvég elmozdulásának felhasználásával:

$$S = \frac{s}{\left(1 - \frac{r_3 r_1}{r_2 R}\right)}$$

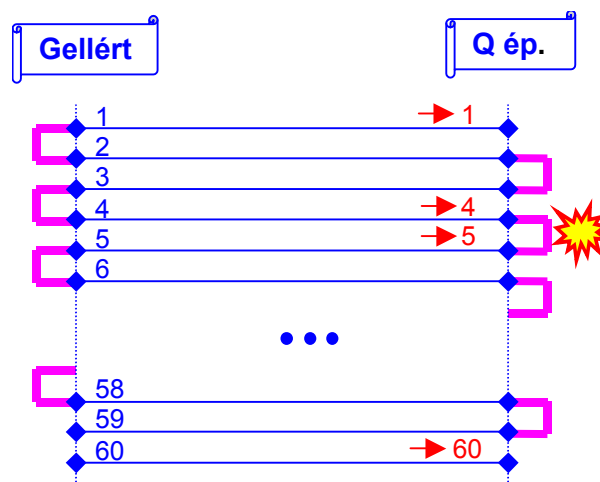
A kapott formula diszkutálása vezet el a feladat első kérdésének egyértelmű megválaszolásához. Ha a kerékpár a számításban feltételezett irányban, azaz hátrafelé mozdul el,  $S$  fenti kifejezéssel megadott értéke pozitív. Ha  $R, r_1, r_2, r_3$  behelyettesítésével  $S$  negatív értékűnek adódna, ez azt jelentené, hogy a kerékpár a hátrahúzás ellenére is előre gördül. A gyakorlatban alkalmazott

kerékpár-áttételek esetén az  $\frac{r_3 r_1}{r_2 R}$  tört értéke mindig kisebb, mint 1, tehát a pedálra kötött zsineggel hátrafelé húzott bicikli mindig hátrafelé gördül.

8. Rejtélyes okból a Q épület és a 4-es metró Gellért téri megállója között lefektettek egy 60-eres kábelt. Sajnos az egyes vezetékek nincsenek felcímkézve, pedig elengedhetetlen volna tudni, melyik véghez melyik másik érvég tartozik a túloldalra. Az a feladatunk, hogy külső segítség igénybevétele nélkül, pusztán egy laposelemmel, egy izzóval és egy, a jelöléshez alkalmas filctollal felszerelkezve felcímkézzük az ereket. Optimálisan hányszor kell ehhez megtennünk a kábel két vége közti utat?

**Megoldás:**

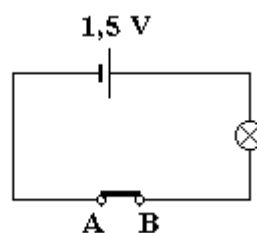
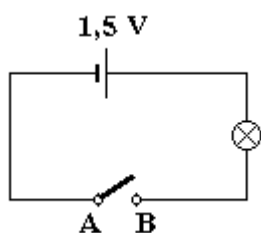
A Q épületnél található kábelvégnél sodorjunk össze 29 érpárt, kettőt pedig hagyjunk szabadon. Menjünk át a Gellért téri megállóra és mérjük ki, melyik érpárok vannak összesodorva, majd címkézzük fel a Gellért téri végeket 1-től 60-ig úgy, hogy a 2-3, 4-5, ..., 58-59-es erek legyenek a Q-nál összesodorva. Sodorjuk össze az 1-2, 3-4, 5-6, ..., 57-58 ereket. Most kerekedjünk fel újra, és jussunk el szerencsésen a Q épülethez (alaposan nézzünk körül a Goldmann téri zebrán). A Q-nál címkézzük fel 60-nal azt az eret, ami semmi mással nincs összekötve, az 1-es pedig az az összesodratlan ér lesz, ami a 60-as kivételével mindegyik másikkal rövidre van zárva. Egy pár szétsodrása után néhány ér marad az 1-essel rövidre zárva. Ezek számából egyértelműen következtetni lehet a szétsodort erek címkéire (ha pl. 3 ilyen maradt, akkor a 4-5 párt nyitottuk fel – az 1-essel záródó ér sorszáma a kisebb). Az azonosított párokat ismét összesodorva lépésről lépésre azonosítható valamennyi ér. Így módon tehát összesen kétszer kellett megtennünk az utat.



# Mérd fel magad komolyan !

## Fizika

1. Mekkora feszültség mérhető az  $AB$  pontok között ideálisnak tekinthető feszültségmérővel a vázolt két esetben? Válassza ki, hogy melyik állítás helyes a felsoroltak közül!



- a) 1,5V és 1,5V      b) 0V és 0V      c) 1,5V és 0V      d) 0V és 1,5V  
e) Nem dönthető el, mert nem tudjuk az izzó ellenállását.

**Megoldás: c)**

2. Az  $l$  hosszúságú fonálra függesztett  $m$  tömegű golyó ingaként leng, a legnagyobb kitérése  $30^\circ$ . Mekkora erő ébred a fonálban, amikor az inga szélső helyzetben van?

- a)  $mg \cos 30^\circ$       b)  $mg \cos 60^\circ$       c)  $mg \sin 30^\circ$       d)  $mg \sin 60^\circ$

**Megoldás: a)**

3. Egy  $30^\circ$ -os lejtő tetejéről egy 5 cm sugarú henger nyugalomból indulva gördül lefelé. Mekkora szögsebességgel forog, amikor a tömegközéppontja a kezdeti helyzetétől számítva 20 cm-el lentebb van? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- a) 6.32 rad/s      b) 15,82 rad/s      c) 32.66 rad/s      d) 43.76 rad/s

**Megoldás: c)**

(Kicsit gonosz megfogalmazás volt: a „lentebb” természetesen függőlegesen értendő, nem a lejtő irányába, azaz  $20 \text{ cm} = l \sin \alpha$  és nem  $l$  !)

4. Egy  $2 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű toroid tekercs középkörének sugara 10cm, a menetek száma 1500 és benne 2A áram folyik. Mekkora a mágneses indukció a toroid belsejében, ha azt levegő tölti ki?

- a)  $3 \cdot 10^{-1} \text{ T}$       b)  $4 \cdot 10^{-2} \text{ T}$       c)  $6 \cdot 10^{-3} \text{ T}$       d)  $8 \cdot 10^{-1} \text{ T}$

**Megoldás: c)**

5. Két sorba kötött ellenállás mindegyike maximálisan 4W-al terhelhető. Mekkora feszültség kapcsolható a rendszerre, ha az ellenállások nagysága  $10 \text{ k}\Omega$  és  $40 \text{ k}\Omega$ ?

- a) 250V      b) 500V      c) 1000V      d) 1500 V

**Megoldás: b)**

6. Egy  $800 \Omega$  belső ellenállású voltmérő méréshatára 5V. Mekkora előtét ellenállást kell használni, hogy a méréshatár 50V legyen?

- a)  $8800 \Omega$       b)  $8000 \Omega$       c)  $7200 \Omega$       d)  $6400 \Omega$

**Megoldás: c)**

# Mérd fel magad komolyan !

## Matematika

- 
1. Hogyan változik egy egyenes körhenger térfogata, ha változtatjuk a méreteit? Döntse el, melyik állítás igaz:
- (a) Ha az alapkör sugarát megkétszerezzük, a térfogat 2-szeresére nő.
  - (b) Ha a magasságot megkétszerezzük, az alapkör sugarát felére csökkentjük, a térfogat nem változik.
  - (c) Ha a henger alapkörének sugarát és magasságát is megkétszerezzük, a térfogat 4-szeresére nő.
- a) csak az (a)      b) csak a (b)      c) csak a (c)      d) több is igaz      e) egyik sem igaz

**Megoldás: e)**

- 
2. Egy arany-ezüst ötvözet 75%-a arany. Ez az ötvözet 190%-kal értékesebb, mint a fordított összetételű (75% ezüst, 25% arany) ötvözet. Az arany egységára hányszorosa az ezüst egységárának? (A bevezetett változó(k) jelentését magyarázza meg.)

**Megoldás: az arany egységára 77-szerese az ezüst egységárának.**

- 
- 1) Az alábbi függvények közül melyik páros függvény?

$$f(x) = \cos(2x)$$

$$g(x) = 10/x$$

$$h(x) = 2^x$$

- a) csak az  $f(x)$       b) csak a  $g(x)$       c) csak a  $h(x)$       d) több is páros      e) egyik sem

**Megoldás: a)**

- 
- 2) Hány gyöke van a  $\sin(2x) = 0$  egyenletnek a  $[0; 2\pi]$  zárt intervallumban?

- a) 2      b) 3      c) 4      d) 5      e) 6

**Megoldás: d)**

- 
- 3) Melyik állítás igaz? (Tételezzük fel, hogy a leírt kifejezések értelmesek.)

(a) Ha  $\sin x = \sin y$ , akkor  $x = y$

(b) Ha  $\log_2 x = \log_2 y$ , akkor  $x = y$

(c) Ha  $x^2 = y^2$ , akkor  $x = y$

- a) csak az (a)      b) csak a (b)      c) csak a (c)      d) több is igaz      e) egyik sem igaz

**Megoldás: b)**

---